Ejercicio QFT

Stefano Cardoza

Mayo del 2021

Sean $\widehat{A}$ y $\widehat{B}$ operadores hermíticos, es decir que se cumple

$$\widehat{O}^{\dagger} = \widehat{O} \tag{1}$$

se puede demostrar que

$$\left[\widehat{A}, \widehat{B}\right]^{\dagger} = -\left[\widehat{A}, \widehat{B}\right] \tag{2}$$

definiendo el conmutador de la siguiente manera

$$\left[\widehat{A}, \widehat{B}\right] = \widehat{A}\widehat{B} - \widehat{B}\widehat{A}$$

aplicando el complejo conjugado al conmutador nos queda

$$\left[\widehat{A}, \widehat{B}\right]^{\dagger} = \left(\widehat{A}\widehat{B}\right)^{\dagger} - \left(\widehat{B}\widehat{A}\right)^{\dagger}$$

dada la siguiente propiedad

$$\left(\widehat{A}\widehat{B}\right)^{\dagger} = \widehat{B}^{\dagger}\widehat{A}^{\dagger} \tag{3}$$

y aplicando la hermiticidad (1) se tiene que el complejo conjugado del conmutador es

$$\left[\widehat{A}, \widehat{B}\right]^{\dagger} = \widehat{B}^{\dagger}\widehat{A}^{\dagger} - \widehat{A}^{\dagger}\widehat{B}^{\dagger} = \widehat{B}\widehat{A} - \widehat{A}\widehat{B} = -\left(\widehat{A}\widehat{B} - \widehat{B}\widehat{A}\right)$$

obteniendo así la expresión final

$$\left[\widehat{A}, \widehat{B}\right]^{\dagger} = -\left[\widehat{A}, \widehat{B}\right]$$